



UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID

documentos  
de  
trabajo

Documento de Trabajo 02-11  
Serie de Economía 02  
Mayo 2002

Departamento de Economía  
Universidad Carlos III de Madrid  
Calle Madrid, 126  
28903 Getafe (Spain)  
Fax (34) 91 624 98 75

## MOVILIDAD DE RENTAS Y CONVERGENCIA EN EUROPA\*

Virginia Sánchez Marcos<sup>†</sup>

---

### Resumen

Este artículo propone una forma de estudiar las disparidades entre regiones alternativa a las propuestas en la literatura hasta el momento. En primer lugar, se propone evaluar la desigualdad entre regiones utilizando la renta agregada de varios períodos en lugar de la renta de un sólo período. A lo largo del tiempo se pueden producir cambios en las posiciones relativas de las regiones que hagan que, aunque la desigualdad permanezca constante período tras período, la desigualdad de la renta agregada sea menor. En segundo lugar, se propone una forma de medir la contribución de cada período a la desigualdad que se observa en el agregado. Para ello se utiliza una extensión al caso de  $T$  períodos del índice de movilidad de la renta de Chackravarty, Dutta y Weymark (1985), originalmente propuesto para un mundo de sólo dos períodos. Finalmente, se realiza una aplicación empírica utilizando datos de las regiones europeas. La principal conclusión es que, al contrario de lo que se pudiera pensar, las asincronías en los ciclos económicos entre países o la presencia de shocks sectoriales que afectan de manera diferente a las regiones no son la causa de las disparidades anuales de renta entre regiones en Europa.

---

**Palabras clave:** desigualdad, movilidad y convergencia.

<sup>†</sup> Universidad de Carlos III de Madrid y Universidad de Cantabria. E-mail: [virgis@eco.uc3m.es](mailto:virgis@eco.uc3m.es)

\* Agradezco los valiosos comentarios de Javier Ruiz-Castillo. Agradezco también la financiación de la Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid. Cualquier error es responsabilidad mía.

# 1 Introducción

Existe una literatura amplia dedicada al estudio de las disparidades regionales dentro de la cual pueden distinguirse cuatro enfoques. El primero se enmarca en la literatura de crecimiento económico y trata de contrastar la hipótesis de convergencia que predice el modelo de crecimiento neoclásico. Para ello, Barro y Sala-i-Martin (1991) definen dos tipos de convergencia. La *convergencia beta*, que implica la existencia de tasas de crecimiento mayores para aquellas regiones con niveles de renta per capita iniciales más bajos; y la *convergencia sigma*, que se refiere a la reducción a lo largo del tiempo de la desigualdad asociada a la distribución de rentas regional. Respecto a estas definiciones cabe mencionar dos cosas. En primer lugar, la *convergencia beta* es condición necesaria, pero no suficiente, para la existencia de convergencia sigma. En segundo lugar, es obvio que la convergencia sigma no es el único aspecto de interés sobre la estructura de rentas regional. La posibilidad de que se produzcan cambios en las posiciones relativas de las regiones a lo largo del tiempo, aún manteniéndose el mismo grado de desigualdad estática, es también una cuestión relevante. Según Sala-i-Martin, la convergencia beta trata, precisamente, de recoger los cambios en las posiciones relativas. Sin embargo, los métodos empleados para la estimación de este parámetro adolecen de diversos problemas. Por un lado, las estimaciones de  $\beta$  realizadas con datos de sección cruzada están sesgadas porque no controlan por características inobservables que dan lugar a diferencias interregionales. Por otro lado, las estimaciones de  $\beta$  utilizando datos de panel que controlan por este tipo de factores específicos utilizan datos de mucha frecuencia para estimar un modelo de crecimiento que se centra en la dinámica de largo plazo, lo cual se considera peligroso<sup>1</sup>.

El segundo enfoque se caracteriza por utilizar conceptos e instrumentos propios de la economía del bienestar. Así, Esteban y Vives (1994) y Rabadán y Salas (1996) proponen medir la convergencia real entre regiones con los índices clásicos de la teoría de la desigualdad. Este enfoque tiene varias ventajas. En primer lugar, existen algunos índices de desigualdad que permiten ponderar por la población, lo cual es deseable en el caso de tratar con regiones en las que hay importantes diferencias en el tamaño de la población. En segundo lugar, mientras que la desviación

---

<sup>1</sup>Véase De la Fuente (1998) para una revisión al respecto.

típica concede el mismo valor a las reducciones de desigualdad en los tramos altos y bajos de la distribución, existen otros índices que permiten valorar más las reducciones de la desigualdad que se producen en las partes bajas de la distribución. Sin embargo, este enfoque es incompleto pues no se fija en otras características de la estructura de rentas regional como son la movilidad o la polarización. Esta última ha sido estudiada en profundidad por Esteban y Ray (1995) y Gradín (1999).

El tercer enfoque incluye los trabajos de Quah (1993, 1995, 1996). Quah propone aplicar un análisis no paramétrico para estudiar las disparidades regionales, fijándose no sólo en la evolución de la dispersión regional de rentas a lo largo del tiempo, sino también en la evolución de la distribución de rentas lo que le permite distinguir posibles procesos de polarización. Además, evalúa la movilidad regional utilizando matrices de transición<sup>2</sup>.

Por último, el cuarto enfoque incluye los trabajos de Esteban y Vives (1994) y García et al. (1995) que utilizan los índices de movilidad de la renta de King y Shorrocks para medir la movilidad en la estructura de rentas regional, europea en el primer caso y española en el segundo. Estos índices de movilidad proporcionan información adicional sobre la dinámica de la distribución de rentas a la proporcionada por los índices de desigualdad.

El estudio de las diferencias de bienestar entre regiones, medido éste a través de la renta de la que éstas disponen, no debe basarse en la simple comparación de las distribuciones de rentas en un instante del tiempo. La existencia de shocks sectoriales que afectan de manera distinta a regiones con estructuras productivas diferentes, así como la posible falta de sincronización de los ciclos económicos entre las distintas regiones, puede generar disparidades regionales en un período concreto que desaparecen cuando se agregan las rentas regionales de varios períodos. Por ello, la forma de evaluar la convergencia no puede estar basada exclusivamente en el estudio de la evolución de la desigualdad a lo largo del tiempo. El análisis de la convergencia debe centrarse en evaluar las diferencias regionales que pudieran existir al agregar las rentas regionales de varios períodos. Además, sería interesante conocer como contribuye cada período del horizonte temporal considerado a la desigualdad que se observa en las rentas regionales agregadas a lo largo de varios períodos. Para ello, en este trabajo se utilizará el índice de movilidad relativa de Chackravarty,

---

<sup>2</sup>En la parte empírica volveremos sobre los trabajos de Quah.

Dutta y Weymark (1985), CDW de aquí en adelante. Con la medición de la movilidad de rentas se persiguen dos objetivos. En primer lugar, proponer una definición de convergencia regional que no sólo dependa de la evolución de la desigualdad regional en cada momento del tiempo, sino también de otras características de la estructura de rentas. En segundo lugar, establecer una conexión entre la economía del bienestar y la idea de convergencia regional.

Como se mencionó anteriormente, la movilidad de la renta en Europa y España ha sido evaluada en un contexto regional por Esteban y Vives (1994) y García et al. (1995) utilizando los índices de King y Shorrocks, respectivamente. El índice de King es un índice normativo, pero está construido para medir la movilidad en un mundo de dos períodos. El índice de Shorrocks permite medir la movilidad en un mundo con  $T$  períodos, cualquiera que sea  $T$ , pero no guarda relación con ninguna noción de bienestar. El índice de CDW es un índice normativo para dos períodos con mejores propiedades que el de King. En este trabajo, se propone una extensión del índice al caso de  $T$  períodos.

La principal conclusión es que, al contrario de lo que se pudiera pensar, las asincronías en los ciclos económicos entre países o la presencia de shocks sectoriales que afectan de manera diferente a las regiones no son la causa de las disparidades anuales de renta entre regiones en Europa.

El artículo se organiza del siguiente modo. En la Sección 2 se explica detalladamente el índice de movilidad de CDW que se propone utilizar, así como las ventajas que presenta frente al índice de King y al índice de Shorrocks, que aparecen descritos en el Apéndice 8.3. En la Sección 3 se sugiere una extensión el índice de CDW al caso multiperíodo. En la Sección 4 se establece un nexo entre la economía del bienestar y la idea de convergencia regional a través del concepto movilidad. La Sección 5 contiene la aplicación empírica. Por último, en la Sección 6 se incluyen las conclusiones.

## **2 índice de movilidad de CDW**

Durante los últimos años, la disponibilidad de datos de panel a nivel microeconómico ha suscitado un gran interés por la movilidad de rentas. Desde el punto de vista de la economía del bienestar

se ha reconocido el hecho de que una simple "fotografía" de la distribución de rentas de los individuos en un momento del tiempo es insuficiente a la hora de evaluar el bienestar de una sociedad. Además de estudiar las características de la distribución de rentas de cada período, es interesante conocer si la posición relativa (o absoluta) de los individuos permanece constante o, por el contrario, cambia de un período a otro. Así, por ejemplo, aunque la desigualdad de la distribución de rentas de dos años consecutivos aumente, si se producen suficientes reordenaciones entre los individuos de un año a otro puede ocurrir que la desigualdad de la renta agregada disminuya. Es decir, la simple "fotografía" de la realidad en un instante del tiempo puede sobreestimar el nivel de desigualdad intertemporal de una sociedad. Shorrocks (1976) y Rabadán y Salas (1998) encuentran evidencia al respecto.

En la medición de la movilidad se distinguen dos enfoques en la literatura. El primer enfoque engloba las medidas de movilidad derivadas a partir de la matriz de transición de la senda seguida por la variable de interés<sup>3</sup>. Algunas de estas medidas de movilidad suponen que la senda seguida por la distribución de rentas es generada por una matriz de transición fija. Este supuesto es rechazado por estudios empíricos para Gran Bretaña, Francia y Estados Unidos<sup>4</sup>. El segundo enfoque incluye medidas de movilidad que se concentran directamente en la evolución de las distribuciones de renta a lo largo del tiempo. Estas medidas recogen los cambios en la media y la desigualdad de las distribuciones y/o los cambios en las posiciones de los individuos de unas distribuciones a otras. Cuando se utiliza una noción relativa (absoluta) de desigualdad y se atiende a los cambios en las posiciones relativas (absolutas) de los individuos, se está en presencia de medidas de movilidad relativa (absoluta) de la renta. Dentro de este enfoque, se puede distinguir entre medidas de tipo descriptivo<sup>5</sup> y medidas de tipo normativo<sup>6</sup>. Las medidas de tipo normativo son aquellas en las que se mide la movilidad en términos de sus consecuencias sobre el bienestar y se derivan de forma explícita a partir de funciones de bienestar social. Este tipo de medidas permiten obtener conclusiones sobre la deseabilidad de la movilidad, aspecto

---

<sup>3</sup>Es posible distinguir entre medidas de tipo descriptivo, véanse, por ejemplo, Shorrocks (1978a) y Conlisk (1990), y medidas de tipo normativo, véanse, Atkinson (1983) y Markandya (1982, 1984).

<sup>4</sup>Véanse los trabajos de Shorrocks (1976), Atkinson et al. (1992) y Atoda y Tachibanaki (1991).

<sup>5</sup>Véanse Shorrocks (1978b), Cowell (1985) y Field y Ok (1996).

<sup>6</sup>Véanse King (1983) y Chakravarty, Dutta y Weymark (1985).

sobre el cual existe cierta controversia en la literatura.

De aquí en adelante el trabajo se concentra en el índice de CDW, que es una medida normativa de movilidad relativa de la renta. Para facilitar su descripción, se introduce la siguiente notación:

$y_t^i$  : renta percibida por el individuo  $i$  en el período  $t$ ,  $i = 1, \dots, N$  y  $t = 1, \dots, T$ .

$y_t = (y_t^1, \dots, y_t^N)$  : distribución de renta en el período  $t$ .

$\Omega = (y_1, \dots, y_T)$  : estructura de renta.

$Y^i = \sum_{t=1}^T y_t^i$  : renta agregada del individuo  $i$  a lo largo de  $T$  períodos.

$Y = (Y^1, \dots, Y^N)$  : distribución de renta agregada.

$\mu(y)$  : renta media del vector de rentas  $y \in R^N$ .

El índice relativo de CDW es una medida normativa de movilidad que compara el bienestar de la estructura de rentas observada con una estructura de rentas hipotética en la que las posiciones relativas de los individuos se mantienen igual que en el primer período.

Sea la siguiente estructura de rentas  $(y_1, y_2)$  donde  $y_t = (y_t^1, \dots, y_t^N)$ , con  $t = 1, 2$  y donde  $y_t$  está siempre ordenada de acuerdo con la relación  $\leq$ , de manera que  $y_t^1 \leq y_t^2 \leq \dots \leq y_t^N$ . Sea  $y^i = (y_1^i, y_2^i)$ , con  $i = 1, \dots, N$ , el vector de rentas del individuo  $i$  y sea  $Y = (Y^1, \dots, Y^N)$  el vector de rentas agregadas,  $Y^i = y_1^i + y_2^i$ . El objetivo es comparar el bienestar asociado a la estructura de renta  $(y_1, y_2)$  con el bienestar asociado a una estructura de renta hipotética inmóvil. Para CDW,  $(y_1, y_2)$  presenta inmovilidad relativa completa si en el período 2 el peso de la renta de cada individuo en la renta total se mantienen igual al del período uno, es decir,  $(y_1, y_1 \frac{\mu(y_2)}{\mu(y_1)})$ .

Para evaluar el bienestar asociado a una estructura de rentas  $(y_1, y_2)$  CDW proponen utilizar una función de evaluación social intertemporal  $\mathfrak{W}: R_{++}^{2N} \rightarrow R^1$ . Sin embargo, introducen el supuesto de que el bienestar individual se puede sintetizar en la renta agregada, de manera que existe una función de bienestar social  $W: R^2 \rightarrow R^1$ , tal que:

$$\mathfrak{W}(y_1, y_2) = W(Y), \quad (y_1, y_2) \in R_{++}^{2N}, \quad (1)$$

donde  $W(\cdot)$  es continua, creciente a lo largo del rayo de igualdad y S-cóncava.

El índice de movilidad de CDW es una función continua y creciente  $M : R_{++}^1 \rightarrow R^1$ , que se define como:

$$M(y_1, y_2) = \frac{W(y_1 + y_2) - W(y_1 + y_1\mu(y_2)/\mu(y_1))}{W(y_1 + y_1\mu(y_2)/\mu(y_1))}. \quad (2)$$

Para continuar con el análisis es necesario imponer alguna restricción adicional sobre  $W(\cdot)$ . Se requiere que  $W(\cdot)$  pueda expresarse exclusivamente en función de dos estadísticos de la distribución de renta, la media y un índice de desigualdad relativo invariante a cambios de escala,  $I(\cdot)$ <sup>7</sup> (en algunos casos se utilizará  $E(\cdot) = 1 - I(\cdot)$ ). Es conveniente expresar el trade-off entre eficiencia y equidad del siguiente modo:

$$W(y) = \mu(y)(1 - I(y)), \quad (3)$$

y así:

$$M(y_1, y_2) = \frac{I(y_1) - I(Y)}{1 - I(y_1)}. \quad (4)$$

Ruiz-Castillo (2001) propone la descomposición del índice de movilidad de CDW en la suma de dos elementos: movilidad estructural ( $ME$ ) y movilidad de intercambio ( $MI$ ). Para comprender la diferencia entre estos dos conceptos hay que distinguir dos tipos de cambios de orden en las distribuciones de renta: los que se producen entre la distribución de renta del primer y segundo período, que se denominarán *1/2-reordenaciones*; y los que se producen entre la distribución de la renta del primer período y la agregada, que se denominarán *1/1+2-reordenaciones*. La movilidad estructural mide la diferencia de bienestar entre la distribución de rentas agregada, una vez que las *1/2-reordenaciones* han sido eliminadas, y la distribución completamente inmóvil. Por tanto,

---

<sup>7</sup>Sea  $\phi : R^2 \rightarrow R^1$ , se tiene que para un vector de rentas  $y \in R^N$ :

$$W(y) = \phi(\mu(y), I(y)),$$

donde  $\phi$  es creciente en el primer argumento y decreciente en el segundo. Si  $W(\cdot)$  es regular (continua y S-cóncava) Dutta y Esteban (1992) demuestran que la expresión anterior se satisface si y solo si  $W(\cdot)$  es débilmente homotética (si y sólo si  $\forall x, y \in R^n$  con  $\mu(x) = \mu(y)$ ,  $W(x) \geq W(y) \iff W(\alpha x) \geq W(\alpha y) \forall \alpha > 0$ ) y creciente a lo largo de los rayos que parten del origen .

la movilidad estructural captura el cambio en el bienestar debido al cambio en la desigualdad del vector de rentas  $y_2$  respecto al vector de rentas  $y_1$ . La movilidad de intercambio mide el impacto sobre el bienestar de las *1/2-reordenaciones* entre las distribuciones  $y_1$  e  $y_2$ , con o sin *1/1+2-reordenaciones*.

Para distinguir estas dos fuentes de movilidad en la práctica, se define  $\tilde{y}_2$ , que es la distribución de rentas del segundo período ordenada como la distribución de rentas inicial. De este modo se tiene:

$$ME(y_1, y_2) = \{I(y_1) - I(y_1 + \tilde{y}_2)\} / (1 - I(y_1)). \quad (5)$$

$$MI(y_1, y_2) = \{I(y_1 + \tilde{y}_2) - I(Y)\} / (1 - I(y_1)). \quad (6)$$

Cuando la desigualdad de  $y_1$  es mayor o igual que la desigualdad de  $y_2$ , se demuestra que la movilidad estructural es no-negativa. En presencia de *1/2-reordenaciones*, se demuestra que la movilidad de intercambio contribuye siempre positivamente al bienestar social<sup>8</sup>.

En ausencia de reordenaciones el índice de King no registra movilidad alguna. Sin embargo, en la medida que el índice de CDW recoge también la movilidad debida al cambio en la desigualdad entre los dos períodos, en ausencia *1/2-reordenaciones*, la movilidad total no tiene por qué ser igual a cero. Por otro lado, a diferencia del índice de King, el índice de CDW no impone juicios de valor adicionales a los clásicos en la economía del bienestar. En particular, no impone condición alguna sobre la derivada de  $W(\cdot)$  con respecto a las *1/2-reordenaciones*.

Sin embargo, el índice de movilidad de CDW plantea dos inconvenientes que conviene señalar. El primero es que sólo es aplicable, en principio, al caso en que se desea medir la movilidad entre dos vectores de renta. En la siguiente sección se propone una extensión del índice de CDW a un contexto con múltiples períodos. El segundo inconveniente del índice de movilidad de CDW es que lleva implícito un juicio de valor importante: en un contexto dinámico el bienestar de los individuos viene dado, exclusivamente, por su renta agregada, independientemente de su

---

<sup>8</sup>La demostración y otras propiedades de esta descomposición pueden verse en Ruiz-Castillo (2001).



distribución a lo largo del tiempo. Existen diversas razones para criticar este juicio de valor. Sin embargo, en la literatura sobre "lifetime income"<sup>9</sup> no se ha avanzado demasiado en el sentido de proponer nuevos indicadores del bienestar individual más complejos que la simple agregación de las rentas.

A diferencia del índice de Shorrocks, que es un índice de movilidad relativa puramente descriptivo, el índice de CDW permite extraer conclusiones sobre la deseabilidad de la movilidad. No obstante, la descomposición en movilidad estructural y movilidad de intercambio propuesta para el índice de CDW se puede extender al índice de Shorrocks, véase el Apéndice 8.4.

En los casos en que  $M(y_1, y_2) \neq 0$ , es razonable pensar que la contribución de la renta del segundo período a la movilidad de renta está intimamente relacionada con el tamaño relativo de los dos vectores de renta<sup>10</sup>,  $y_1$  e  $y_2$ . Para analizar esta cuestión se considera un nuevo vector de renta,  $u$ , con la misma desigualdad que el vector de renta  $y_2$ , pero con la media del vector de renta  $y_1$ , es decir,  $u = y_2 \frac{\mu(y_1)}{\mu(y_2)}$  tal que,  $I(y_2) = I(u)$ .

La movilidad de la estructura de renta  $(y_1, u)$  puede expresarse como:

$$M(y_1, u) = \frac{I(y_1) - I(y_1 + u)}{1 - I(y_1)}, \quad (7)$$

que a su vez puede descomponerse del siguiente modo:

$$M(y_1, u) = ME(y_1, u) + MI(y_1, u). \quad (8)$$

Como se muestra en Ruiz-Castillo (2001), las *1/2-reordenaciones* entre  $y_1$  e  $y_2$  son las mismas que entre  $y_1$  y  $u$ , lo cual no implica que  $MI(y_1, u)$  sea igual a  $MI(y_1, y_2)$ . En todo caso, las diferencias entre  $M(y_1, u)$  y  $M(y_1, y_2)$  son debidas únicamente a las diferencias entre  $\mu(y_1)$  y  $\mu(y_2)$ . Si definimos un *factor de ajuste de la renta media* como  $G(y_1, y_2, u) = M(y_1, y_2) - M(y_1, u)$ , se tiene que:

$$M(y_1, y_2) = ME(y_1, u) + MI(y_1, u) + G(y_1, y_2, u). \quad (9)$$

---

<sup>9</sup>Véase Creedy (1992) para una revisión sobre esta literatura.

<sup>10</sup>En un contexto dinámico, esta idea es apuntada por Fields y Ok (1999) en un survey reciente sobre movilidad de renta.

Finalmente, a efectos operativos es útil tener en cuenta que existen dos formas alternativas de expresar  $W(\cdot)$ . Por ejemplo, si  $W(\cdot)$  es homotética, entonces:

$$W(y) = \mu(y)(1 - I^{AKS}(y)), \quad (10)$$

donde  $I^{AKS}(\cdot)$  es el índice de desigualdad relativo obtenido por Atkinson, Kolm y Sen a partir del concepto de renta equivalente igualmente distribuida.

En segundo lugar, es posible expresar  $W(\cdot)$  como:

$$W(y) = \mu(y)(1 - I_1(y)), \quad (11)$$

donde  $I_1(\cdot)$  es el índice de desigualdad relativo de Theil 1. Como se demuestra en Herrero y Villar (1989), esta función de bienestar social tiene propiedades muy atractivas. Es una función utilitarista ponderada, donde el peso que recibe cada renta individual es inversamente proporcional a su cuantía. Es también aditivamente descomponible ante cualquier partición en el sentido de que el bienestar global puede expresarse como la diferencia entre dos términos: el bienestar en cada subgrupo de la partición, ponderado por la importancia demográfica del mismo: y la desigualdad entre los miembros de la partición, ponderada por la renta media. Por tanto, esta es la función de bienestar social que se utiliza en este trabajo. Así pues, dada una estructura de renta  $(y_1, y_2)$ , el índice de movilidad puede expresarse como:

$$M(y_1, y_2) = \frac{I_1(y_1) - I_1(Y)}{1 - I_1(y_1)}. \quad (12)$$

El índice de desigualdad  $I_1$  es aditivamente descomponible en el sentido siguiente. Dada una partición de la población, este índice de desigualdad puede descomponerse en la suma de la desigualdad dentro de cada grupo de la partición y la desigualdad entre grupos, donde la desigualdad de cada grupo está ponderada por el peso de la renta del grupo sobre la renta total.

Dada una característica observable de los individuos con valores de  $1, \dots, K$  es posible particionar la población en  $K$  grupos. Puesto que la característica observable de los individuos puede cambiar de un período a otro (piénsese por ejemplo en el lugar de residencia, en la situación laboral o en el percentil de la distribución de renta al que el individuo pertenece), es necesario

elegir un período  $\tau$  en el que realizar la partición. Así, en el grupo  $k(\tau)$  se incluye a los individuos para los que en el período  $\tau$  la característica observable es igual a  $k$ . Para llevar a cabo la descomposición se introduce la siguiente notación:

$\alpha_{y_t}^{k(\tau)}$ : peso de la renta de los individuos pertenecientes al grupo  $k(\tau)$  sobre la renta total de la población en el vector  $y_t$ ,  $k(\tau) = 1, \dots, K$ .

$N_{k(\tau)}$ : población del grupo  $k(\tau)$ ,  $k(\tau) = 1, \dots, K$ .

$y_t^{k(\tau)} \in R^{N_{k(\tau)}}$ : vector de rentas del período  $t$  de los individuos del grupo  $k(\tau)$ ,  $k(\tau) = 1, \dots, K$ .

$y_t^{*k(\tau)} \in R^N$ : vector de rentas en el que cada individuo de la población recibe la renta media del período  $t$  del grupo  $k(\tau)$  al que pertenece, es decir,

$y_t^{*k(\tau)} = (\mu(y_t^{1(\tau)}), \dots, \mu(y_t^{1(\tau)}), \mu(y_t^{2(\tau)}), \dots, \mu(y_t^{2(\tau)}), \dots, \mu(y_t^{K(\tau)}), \dots, \mu(y_t^{K(\tau)}))$ , donde  $\mu(y_t^{k(\tau)})$  se repite  $N_{k(\tau)}$  veces.

De este modo, se tiene:

$$M(y_1, y_2) = \frac{1}{E(y_1)} \left( \sum_k \alpha_{y_1}^{k(\tau)} E(y_1^{k(\tau)}) M(y_1^{k(\tau)}, y_2^{k(\tau)}) + \sum_k \beta^{k(\tau)} I(Y^{k(\tau)}) + E(y_1^{*k(\tau)}) M(y_1^{*k(\tau)}, y_2^{*k(\tau)}) \right), \quad (13)$$

donde  $\beta^{k(\tau)} = \alpha_{y_1}^{k(\tau)} - \alpha_Y^{k(\tau)}$ .

La movilidad queda descompuesta en tres términos. El primer término de la expresión 13 es la suma ponderada de la movilidad dentro de cada grupo  $k(\tau)$ ,  $M(y_1^{k(\tau)}, y_2^{k(\tau)})$ , donde la ponderación es el producto de  $\alpha_{y_1}^{k(\tau)}$  y del factor de ajuste  $E(y_1^{k(\tau)})$ . El segundo término es la suma ponderada de la desigualdad del vector de renta agregada en cada uno de los grupos de la partición. La ponderación en este caso es la diferencia entre el peso que la renta del grupo  $k(\tau)$  tiene sobre la renta total de la población en el vector de renta  $y_1$  y el peso de la renta del mismo grupo sobre la renta total de la población en el vector de renta  $Y$ . Por último, el tercer término es el producto de la movilidad entre los grupos de la partición,  $M(y_1^{*k(\tau)}, y_2^{*k(\tau)})$ , y del factor de ajuste  $E(y_1^{*k(\tau)})$ .

La elección de  $\tau$  afecta a la descomposición de la movilidad cuando la característica individual que se utiliza para realizar la partición cambia a lo largo del tiempo. Si  $\tau = 1$  la movilidad dentro del grupo  $k(1)$  mide el impacto del vector de renta  $y_2^{k(1)}$  sobre la desigualdad del vector de renta agregada de los individuos que en el período 1 pertenecían al grupo  $k$ ,  $Y^{k(1)}$ . La movilidad entre grupos mide el impacto del vector  $y_2$  sobre la desigualdad del vector de renta agregada media  $Y^{*k(1)}$ .

### 3 Medición de la movilidad en un contexto multiperíodo

En esta sección se aborda el problema de medición de la movilidad con el índice de CDW en un contexto con  $T$  períodos,  $T > 2$ . En un contexto de dos períodos se medía el impacto de  $y_2$  sobre  $y_1$ . Lo que se propone en el caso de  $T$  períodos es medir el impacto de  $y_t$  sobre  $Y_{-t} = (Y_{-t}^1, \dots, Y_{-t}^N)$ , donde,  $Y_{-t}^i = (y_1^i + \dots + y_{t-1}^i + y_{t+1}^i + \dots + y_T^i) = Y^i - y_t^i$ .

Es interesante conocer la movilidad que cada período genera sobre el vector de renta agregada. Se pretende medir la contribución de un año  $t$  a la reducción (aumento) de la disparidad que se observa en el agregado. Para ello, dada una estructura de rentas  $(y_1, \dots, y_T)$  se puede medir la movilidad de rentas del período  $t$  como la diferencia en desigualdad de los vectores  $Y_{-t}$  e  $Y$ . Así se tiene que:

$$M(Y_{-t}, y_t) = \frac{I_1(Y_{-t}) - I_1(Y)}{1 - I_1(Y_{-t})} \quad t = 1, \dots, T. \quad (14)$$

El vector de rentas del período  $t$ ,  $y_t$ , puede contribuir a reducir la desigualdad observada en  $Y_{-t}$  bien porque su desigualdad es menor que la de  $Y_{-t}$ , bien porque existen  $1/1+2$ -reordenaciones entre  $y_t$  e  $Y_{-t}$ .

La suma de la movilidad asociada a cada uno de los años que componen la estructura de renta  $(y_1, \dots, y_T)$  no representa una medida de síntesis de la movilidad asociada a dicha estructura. De hecho, en este contexto la suma de las movilidades no tiene ningún significado. Lo que se pretende con este análisis no es ofrecer una medida sintética de la movilidad asociada a una estructura de rentas, sino determinar el impacto de cada uno de los períodos sobre la desigualdad que se observa en el vector de renta agregada. Ésta es una diferencia importante con respecto al índice

de movilidad de Shorrocks.

Un ejemplo servirá para ilustrar la mejora que supone este procedimiento respecto de la medición de la movilidad interanual como proponen Esteban y Vives (1994) y García et al. (1995)<sup>11</sup>. Supónganse las siguientes estructuras de renta:  $\Omega = (y_1, y_2, y_3) = [(1, 7), (4, 4), (7, 1)]$  y  $\Phi = (x_1, x_2, x_3) = [(1, 7), (4, 4), (1, 7)]$ . Si únicamente se evalúa la desigualdad en cada uno de los períodos, ambas estructuras de rentas son equivalentes. Sin embargo, en  $\Omega$  la desigualdad en las rentas agregadas es cero mientras que en  $\Phi$  es mayor que cero. Si se calcula la movilidad que existe entre cada dos períodos ambas estructuras serían equivalentes pues  $M(y_1, y_2) = M(x_1, x_2) = \frac{I(1, 7) - I(5, 11)}{1 - I(1, 7)} > 0$  y  $M(y_2, y_3) = M(x_2, x_3) = \frac{I(4, 4) - I(11, 5)}{1 - I(4, 4)} < 0$ . Sin embargo, se debería tener en cuenta que a pesar de que  $y_3$  presenta el mismo nivel de desigualdad que  $x_3$ , está contribuyendo a reducir la desigualdad agregada en  $\Omega$ , mientras que en  $\Phi$ , el vector  $x_3$  está agudizando las diferencias en el agregado. Si se calcula  $M_t(\Omega) = M(Y_{-t}, y_t) \forall t$  y  $M_t(\Phi) = M(X_{-t}, x_t) \forall t$ , se tiene que  $M_1(\Omega) = \frac{I(11, 5) - I(12, 12)}{1 - I(11, 5)} > 0$  y  $M_1(\Phi) = \frac{I(5, 11) - I(6, 18)}{1 - I(5, 11)} < 0$ ,  $M_2(\Omega) = \frac{I(8, 8) - I(12, 12)}{1 - I(8, 8)} = 0$  y  $M_2(\Phi) = \frac{I(2, 14) - I(6, 18)}{1 - I(2, 14)} > 0$ ,  $M_3(\Omega) = \frac{I(5, 11) - I(12, 12)}{1 - I(5, 11)} > 0$  y  $M_3(\Phi) = \frac{I(5, 11) - I(6, 18)}{1 - I(2, 14)} < 0$ . Por tanto, las estructuras de renta  $\Omega$  y  $\Phi$  no serían equivalentes pues en la primera no hay disparidad en la renta agregada y en la segunda si, pero además, la movilidad de cada uno de los años es diferente en cada una de las estructuras. Por otra parte, utilizando el índice de movilidad de Shorrocks, se tiene una medida de la movilidad asociada a cada estructura de renta,  $M_S(\Omega) = 1$  y  $M_S(\Phi) = 1 - \frac{I(6, 18)}{I(1, 7) + I(4, 4) + I(1, 7)}$ .

En el Apéndice 8.5 se describen las propiedades que satisface el índice de movilidad propuesto en un contexto de  $T$  períodos.

Sea una partición de la población en función del valor de una característica  $k$  de los individuos (con valores  $1, \dots, K$ ) en el período  $\tau$ , en este caso es posible descomponer  $M(Y_{-t}, y_t)$  del siguiente modo:

---

<sup>11</sup>La movilidad interanual se calcularía como:  $M(y_{t-1}, y_t) = \frac{I(y_{t-1}) - I(y_{t-1} + y_t)}{1 - I(y_{t-1})} \quad t = 2, \dots, T$ .

La movilidad calculada en cada caso dependerá de las características del vector de rentas del período anterior.

$$M(Y_{-t}, y_t) = \frac{1}{E(Y_{-t})} \left( \sum_k \alpha_{Y_{-t}}^{k(\tau)} E(Y_{-t}^{k(\tau)}) M(Y_{-t}^{k(\tau)}, y_t^{k(\tau)}) + \sum \beta^{k(\tau)} I(Y^{k(\tau)}) + E(Y_{-t}^{*k(\tau)}) M(Y_{-t}^{*k(\tau)}, y_t^{*k(\tau)}) \right) \quad (15)$$

donde  $\beta^{k(\tau)} = \alpha_{Y_{-t}}^{k(\tau)} - \alpha_Y^{k(\tau)}$ .

$M(Y_{-t}^{k(\tau)}, y_t^{k(\tau)})$  es la movilidad dentro del grupo  $k(\tau)$  y  $M(Y_{-t}^{*k(\tau)}, y_t^{*k(\tau)})$  la movilidad entre grupos que genera el vector de renta  $y_t$ . La movilidad total queda descompuesta en tres términos. El primer término de la expresión 15 es la suma ponderada de la movilidad dentro de cada grupo  $k(\tau)$ , donde la ponderación es el producto de  $\alpha_{Y_{-t}}^{k(\tau)}$  y del factor de ajuste  $E(Y_{-t}^{k(\tau)})$ . El segundo término es la suma ponderada de la desigualdad del vector de renta agregada en cada uno de los grupos de la partición. La ponderación en este caso es la diferencia entre el peso que la renta del grupo  $k(\tau)$  tiene sobre la renta total de la población en el vector de renta  $Y_{-t}$  y el peso de la renta del mismo grupo sobre la renta total de la población en el vector de renta  $Y$ . Por último, el tercer término es el producto de la movilidad entre los grupos de la partición y del factor de ajuste  $E(Y_{-t}^{*k(\tau)})$ .

Como ya se ha mencionado, la elección de  $\tau$  afecta a la descomposición de la movilidad en los casos en que la característica individual que se utiliza para realizar la partición cambia a lo largo del tiempo.

## 4 Movilidad de rentas y convergencia

Las propiedades de descomponibilidad de la función de bienestar utilizada permiten relacionar la movilidad de la renta con la idea de convergencia regional.

Supóngase que la partición de una población se hace atendiendo a la residencia de los individuos en el primer período del horizonte temporal considerado. Si el grupo de la partición al que pertenecen los individuos permanece constante a lo largo del tiempo, es decir, si no se producen movimientos migratorios entre regiones, entonces  $M(Y_{-t}^{*k(1)}, y_t^{*k(1)})$  mide la movilidad entre regiones atribuible al período  $t$ .

De este modo, si el vector de rentas  $y_t^{*k(1)}$  contribuye a reducir (aumentar) la disparidad regional en rentas per capita del vector  $Y_{-t}^{*k(1)}$ , entonces,  $M(Y_{-t}^{*k(1)}, y_t^{*k(1)})$  es positiva (negativa). A partir de aquí se propone la siguiente definición de convergencia regional.

**Definición 1.** Existe convergencia regional en el período  $t$  si  $M(Y_{-t}^{*k(1)}, y_t^{*k(1)})$  es mayor que cero y divergencia en caso contrario.

La convergencia regional así definida tiene un efecto positivo sobre la movilidad de rentas.

La adición de  $y_t^{*k(1)}$  a  $Y_{-t}^{*k(1)}$  puede generar movilidad estructural,  $ME(Y_{-t}^{*k(1)}, u_t^{*k(1)})$ , movilidad de intercambio,  $MI(Y_{-t}^{*k(1)}, u_t^{*k(1)})$ , y movilidad debida a la diferencia de medias entre  $y_t^{*k(1)}$  y  $Y_{-t}^{*k(1)}$ ,  $G(Y_{-t}^{*k(1)}, y_t^{*k(1)}, u_t^{*k(1)})$ , donde  $u_t^{*k(1)} = y_t^{*k(1)} \frac{\mu(Y_{-t}^{*k(1)})}{\mu(y_t^{*k(1)})}$ . Así:

$$M(Y_{-t}^{*k(1)}, y_t^{*k(1)}) = ME(Y_{-t}^{*k(1)}, u_t^{*k(1)}) + MI(Y_{-t}^{*k(1)}, u_t^{*k(1)}) + G(Y_{-t}^{*k(1)}, y_t^{*k(1)}, u_t^{*k(1)}), \quad (16)$$

Tendremos que  $ME(Y_{-t}^{*k(1)}, y_t^{*k(1)}) > 0$  si y solo si  $I(y_t^{*k(1)}) < I(Y_{-t}^{*k(1)})$ . Si existen  $1/2$ -reordenaciones entre  $Y_{-t}^{*k(1)}$  e  $y_t^{*k(1)}$  (con o sin  $1/1+2$ -reordenaciones), la movilidad de intercambio será positiva.

**Definición 2.** Según Rabadán y Salas (1996) existe convergencia regional si y solo si  $I(y_{t+1}^*) < I(y_t^*)$ .

Conviene comentar la relación entre el concepto de movilidad y la definición de convergencia propuesta por Rabadán y Salas (1996). Para ello se hace abstracción de las diferencias en media entre vectores. Considérese la movilidad de rentas entre cada dos períodos,  $M(y_t^{*k(1)}, y_{t+1}^{*k(1)})$ . Es posible descomponer esta movilidad en movilidad estructural y movilidad de intercambio. Se tiene que  $ME(y_t^{*k(1)}, y_{t+1}^{*k(1)}) > 0$  si y sólo si  $I(y_t^{*k(1)}) > I(y_{t+1}^{*k(1)})$ , es decir, si y sólo si la desigualdad interregional disminuye de un período a otro. La convergencia regional definida por Rabadán y Salas (1996) tendrá un efecto positivo sobre la movilidad estructural calculada de este modo. Así, el concepto de convergencia de Rabadán y Salas (1996) tiene cabida en un análisis de bienestar.

Sin embargo, como se señaló en la Sección 3, medir la movilidad entre cada dos períodos no parece lo más adecuado por lo que se opta por medir  $M(Y_{-t}^{*k(1)}, y_t^{*k(1)}) \forall t$ . En este caso, es posible establecer la siguiente relación entre  $ME(Y_{-t}^{*k(1)}, y_t^{*k(1)})$  y la definición de convergencia de Rabadán y Salas (1996). Sean dos períodos,  $t$  y  $t+1$  en los cuales no hay  $1/2$ -reordenaciones

entre  $Y_{-t}^*$  e  $y_t^*$  e  $Y_{-(t+1)}^*$  e  $y_{t+1}^*$ , respectivamente. En este caso, la movilidad entre regiones es sólo movilidad estructural e  $I(Y_{-t}^{*k(1)} + \tilde{y}_t^{*k(1)})$  e  $I(Y_{-t+1}^{*k(1)} + \tilde{y}_{t+1}^{*k(1)})$  son ambas iguales a  $I(Y^{*k(1)})$ . Si, por ejemplo, la movilidad estructural es mayor en  $t$  que en  $t+1$ , se tiene que  $I(Y_{-t}^{*k(1)}) > I(Y_{-(t+1)}^{*k(1)})$ , y se puede concluir que  $I(y_t^{*k(1)}) < I(y_{t+1}^{*k(1)})$ , esto es, la desigualdad aumenta de un período a otro. Sin embargo, si existen 1/2-reordenaciones esto no es cierto. Sea una economía con dos individuos y un horizonte temporal de  $T$  períodos. Sea  $Y = (4, 8)$  el vector de renta agregada y sean  $y_t = (1, 2)$  e  $y_{t+1} = (2.1, 0.9)$ .  $I(y_t) < I(y_{t+1})$  mientras que  $ME(Y_{-t}^{*k(1)}, y_t^{*k(1)}) = 0$ ,  $ME(Y_{-t+1}^{*k(1)}, y_{t+1}^{*k(1)}) > 0$ . A pesar de que la desigualdad aumenta en  $t+1$  respecto a  $t$ , la movilidad estructural crece.

## 5 Aplicación empírica

Puesto que a nivel europeo sólo se dispone de la renta media regional en cada período  $t$  y no de datos de renta individual, las posibilidades de llevar a cabo una aplicación empírica con los conceptos desarrollados en las secciones anteriores son limitadas. Sólo es posible evaluar el tercer componente de la movilidad total de la ecuación 15 y siempre que no se produzcan cambios en la composición de la población de cada región de un período a otro. En ausencia de migraciones y en ausencia de otros cambios en los individuos que forman la población de cada región (como los debidos a nacimientos y defunciones) la renta agregada per capita de cada región será igual a la suma de las rentas per capita de cada período y  $M(Y_{-t}^{*k(\tau)}, y_t^{*k(\tau)})$  medirá la movilidad entre regiones correspondiente al período  $t$ . Parece aceptable suponer que los movimientos migratorios entre las regiones europeas no son tan grandes como para impedir extraer algunas conclusiones a partir de la aplicación empírica que la disponibilidad de los datos actuales permite realizar.

En el futuro la disponibilidad de datos de panel a nivel europeo permitirá medir cada uno de los componentes de lo que se ha definido como movilidad de rentas y distinguir, incluso, el impacto que los cambios en la característica de los individuos, de acuerdo a la cual se realiza la partición (en este caso el lugar de residencia), tienen sobre la movilidad de rentas.

Para llevar a cabo el estudio empírico se utiliza la base de datos Regio de Eurostat. La



variable elegida es el producto interior bruto per capita medido en unidades de paridad de poder de compra estandarizadas. Se ha elegido esta unidad de medida porque el objetivo es determinar que diferencias existen en la capacidad de compra de los individuos que habitan las distintas regiones europeas. La otra opción es utilizar las rentas expresadas en ecus, pero las fluctuaciones de los tipos de cambio pueden deberse a muchos factores y no se desea que esto afecte al análisis.

Se incluyen regiones de 11 países: Bélgica, Dinamarca, Alemania, Grecia, España, Francia, Italia, Luxemburgo, Holanda, Portugal y Reino Unido. El nivel de desagregación corresponde al NUTS-2 en la nomenclatura de Eurostat. Sin embargo, por falta de datos, para Luxemburgo y Dinamarca se utiliza el dato del país y para Holanda y Reino Unido el nivel de desagregación NUTS-1. Además, se han excluido algunas regiones de Alemania por falta de datos, así como regiones muy pequeñas como Martinica (Francia) o Azores (Portugal).

En total, el análisis se realiza con datos de 136 regiones. El horizonte temporal para el que están disponibles los datos es 1980-1995. Por este motivo y por la posibilidad de que existan diferencias importantes en el ciclo económico entre países se considera que lo más conveniente es tomar todo el horizonte temporal como unidad de análisis. Sin embargo, también se presentan los resultados para dos subperíodos de igual tamaño.

El período de análisis es mayor que el considerado por Esteban y Vives (1994) y Quah (1995), quienes también abordan la cuestión de las disparidades regionales en el contexto europeo. Esteban y Vives (1994) utilizan para ello índices de desigualdad y los índices de movilidad de la renta de King y Shorrocks. Concluyen que durante el período 1980-89 se ha producido un aumento en la desigualdad y que la movilidad en el subperíodo 80-84 es menor que en el subperíodo 85-89 para el índice de Shorrocks, mientras que para el índice de King es completamente estable. Quah (1995) analiza la evolución de la distribución de renta regional con un enfoque no paramétrico y utilizando la desviación típica como medida de dispersión. Concluye que se ha producido una cierta reducción en la disparidad de rentas entre 1980 y 1989. Además, de su trabajo se desprende que la localización física es un factor clave para entender la dinámica de la distribución de rentas. Por último, utilizando matrices de transición concluye que la distribución ergódica a la que se converge a largo plazo, está más concentrada que la distribución que existe en media en la muestra y que existe una movilidad sustancial pues la probabilidad media de transición de

una región hacia un cuartil distinto es del 10%.

Este trabajo, además de ampliar el período de análisis para el caso europeo, propone una forma nueva de analizar las disparidades regionales que se ha explicado en las secciones anteriores. Esencialmente, desde nuestro punto de vista, la movilidad regional es importante si al agregar las rentas de varios períodos las disparidades regionales observadas en un instante cualquiera desaparecen. Los resultados concretos de la aplicación empírica se presentan a continuación.

Como se observa en la Tabla 1 (y Gráfico 1) la desigualdad regional presenta una tendencia creciente hasta 1986, momento a partir del cual comienza a decrecer hasta 1994 con un repunte en 1990. La desigualdad media del subperíodo 1980-87 es ligeramente superior a la del período 1988-95, vease Tabla 2. En la Tabla 3 se presenta la desigualdad del vector de renta agregada 1980-95 que es similar a la observada en cada uno de los años. Por tanto, las asincronías en los ciclos económicos entre regiones o la existencia de shocks sectoriales que afectan de forma distinta a las regiones no son tan importantes como pudiera pensarse a priori, pues de serlo, una parte de la disparidad regional en rentas observada en un instante arbitrario  $t$  debería desaparecer al agregar las rentas de varios períodos. La desigualdad del vector de renta agregada es ligeramente superior para el primer subperíodo como consecuencia de que en él se incluyen un porcentaje mayor de los años con mayor desigualdad relativa.

En la Tabla 4 (y Gráfico 2) se muestra la evolución de la movilidad entre regiones,  $M(Y_{-t}^{*k(1)}, y_t^{*k(1)})$ , durante el período 1980-95 cuando no se hace ningún ajuste para separar el efecto que tiene la diferencia de medias entre  $Y_{-t}^{*k(1)}$  e  $y_t^{*k(1)}$ . La movilidad inducida por cualquiera de los años es muy pequeña. La movilidad muestra una cierta constancia durante los tres primeros años, decreciendo durante los tres siguientes y mostrando un cierto crecimiento a partir de 1987, que termina en 1994. Los años que contribuyen en mayor medida a la desigualdad que se observa en el agregado son aquellos para los que la movilidad es negativa: 1981 y 1984-88. El interés de la medida que se propuso en la Sección 3, y de su descomposición, queda de manifiesto cuando se observan los años 1983, 1988 y 1990. En todos ellos el nivel de desigualdad es el mismo (véase la Tabla 1), sin embargo, mientras que la movilidad total en 1983 y en 1990 es positiva, en 1988 es negativa. En los años 1983 y 1990 la movilidad de intercambio es lo suficientemente grande como para compensar la movilidad estructural negativa del período, haciendo que la movilidad total

correspondiente sea positiva, lo que explica que el año en cuestión contribuya positivamente a la equiparación de las rentas agregadas. En 1988, sin embargo, no ocurre lo mismo, y este año contribuye a la divergencia de rentas regional.

En la Tabla 5 (y Gráfico 3) se presenta la descomposición de la movilidad de la ecuación 16. Se separa el efecto que tiene sobre la movilidad el hecho de estar agregando dos vectores con una media distinta,  $Y_{-t}^{*k(1)}$  e  $y_t^{*k(1)}$ . Como se observa, el valor absoluto tanto de la movilidad estructural como de la movilidad de intercambio aumentan considerablemente, algo lógico si tenemos en cuenta que ahora la media de los dos vectores que se agregan es la misma, mientras que antes el vector  $y_t^{*k(1)}$  tenía una media muy inferior. El incremento en términos absolutos es mucho mayor en el caso de la movilidad estructural (se multiplica aproximadamente por diez) que en el caso de la movilidad de intercambio (se multiplica aproximadamente por cuatro). Este hecho refleja que, una vez que la diferencia de medias es eliminada, son las diferencias de desigualdad entre los vectores  $Y_{-t}^{*k(1)}$  e  $u_t^{*k(1)}$  las que tienen un mayor impacto sobre  $Y_{-t}^{*k(1)}$ , mientras que el impacto de los cambios en las posiciones relativas de las regiones entre  $Y_{-t}^{*k(1)}$  e  $u_t^{*k(1)}$  es muy pequeño. El factor de ajuste de las rentas medias,  $G$ , refleja el impacto sobre la movilidad de comparar vectores de renta con medias distintas.

En las Tablas 6, 7, 8 y 9 se presenta el mismo análisis para dos subperíodos, 1980-87 y 1988-95. En ambos subperíodos se registra constancia de la movilidad, debido a que con esta partición se homogeniza la desigualdad dentro de cada uno de ellos y a que los cambios en las posiciones de las regiones son escasos. El valor absoluto de la movilidad de cada año en cada uno de los subperíodos es similar. La misma observación ahora respecto al valor absoluto de la movilidad estructural y de la movilidad de intercambio cuando se elimina el efecto de las diferencias de medias.

Debido a que los cambios en las posiciones relativas de las regiones son escasos, y a que la desigualdad año a año apenas varía, la movilidad de cada período es muy pequeña y la desigualdad de la renta agregada es similar a la de cualquiera de los años considerados.

## 6 Conclusiones

Este trabajo propone una nueva forma de abordar el análisis de las disparidades regionales. En presencia de cambios importantes en las posiciones relativas ocupadas por las regiones a lo largo del tiempo, este enfoque daría lugar a conclusiones muy distintas de las que se derivan de otros análisis realizados en la literatura sobre convergencia regional, a los cuales se ha hecho referencia en este trabajo.

Desde el punto de vista empírico, la conclusión fundamental es que, al contrario de lo que podía esperarse, las asincronías en los ciclos económicos entre países o la presencia de shocks sectoriales que afectan de manera diferente a las regiones no son la causa de las desigualdades anuales de renta entre las regiones de Europa. Estas desigualdades se mantienen cuando se agrega la renta regional de varios períodos. En la medida que tales disparidades no están acompañadas de movilidad regional, existen motivos para la preocupación. El análisis de las causas que provocan tales disparidades, así como el estudio de distintas políticas destinadas a paliarlas, constituyen un objetivo interesante para la investigación futura.

Por otra parte, si el estudio empírico que se ha llevado a cabo en este trabajo se hiciera con un conjunto de regiones menos integradas que las existentes en la base de datos disponible para la Unión Europea es probable que los cambios en las posiciones relativas de las regiones fueran mayores, en cuyo caso, tanto la movilidad de intercambio como la movilidad total serían, tal vez, más importantes.

## 7 Bibliografía

Atkinson, Bourguignon y Morrison (1992), " *Empirical studies of earnings mobility*", Harw. Acad. Publish.

Atkinson (1998), "The measurement of economic mobility", in Atkinson (ed), *Social Justice and Public Policy*, Harvester Wheatsheaf.

Atoda y Tachibaneki (1991), "Earnings distribution and inequality over time: education versus relative position and cohort", *International Economic Review*, 32 (2): 475-489.

Barro, R.J. y Sala-i-Martin, X. (1991), "Convergence across States and Regions", *Brookings Papers on Economic Activity*, II: 107-158.

Canova, F. y Marcet, A. (1998), "The Poor Stay Poor: Non-Convergence across Countries and Regions".

Chakravarty, S., Dutta, B. y Weymar, J.A. (1985), "Ethical indices of Income Mobility", *Social Choice and Welfare*, 2: 1-21.

Creedy (1992), " *Income, Inequality and the life cycle*", Edward Elgar, Aldershot.

De la Fuente, A. (1997), "On the sources of Convergence: A close look at the Spanish Regions", Documento de Trabajo de la Dirección General de Análisis y Programación Presupuestaria.

De la Fuente, A. (1998), "¿Convergencia Real? España en la OCDE", Documento de Trabajo de la Dirección General de Análisis y Programación Presupuestaria.

De la Fuente, A. (1998), "What kind of regional convergence?", Documento de Trabajo del Instituto de Análisis Económico.

Dolado, J.J., González-Páramo, J.M. y Roldán, J.M. (1994), "Convergencia económica entre las provincias españolas: Evidencia Empírica (1955-1989)", *Moneda y Crédito*, 198: 81-131.

Esteban y Vives (1994), " *Crecimiento y Convergencia regional en España y Europa*", Instituto de Análisis Económico, Barcelona.

Esteban (1995), "Desigualdad y polarización en la distribución interregional de la renta", Instituto de Estudios Fiscales.

Fields, G. y Ok, E. (1999), "The meaning and measurement of income mobility: an introduction to the literature", en Silber, J. (ed.), *Handbook on Income Inequality Measurement*, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Friedman, M. (1962), "*Capitalism and Freedom*", The University Chicago Press.

García, Raymond y Villaverde (1995), "La Convergencia de las provincias españolas", *Papeles de Economía Española*, 64: 38-53.

Goerlich, F.J. y Mas, M. (1998), "Inequality measurement: variables, indicators and results", Documento de Trabajo del IVIE.

Gradín, C. (1999), "Polarization and inequality in Spain: 73-91", Documento de Trabajo Universidad de Vigo, nº 9907.

King, M.A. (1983), "An index of inequality: with applications to horizontal equity and social mobility", *Econometria*, 51 (1): 99-115.

Herrero y Villar (1989), "Comparaciones de renta real y evaluación del bienestar", *Revista de Economía Pública*, 2: 79-101.

Mas, M., Maudos, J., Pérez, F. y Uriel, E. (1994), "Disparidades regionales y convergencia en las Comunidades Autónomas", *Revista de Economía Aplicada*, 4: 129-148.

Markandya, A. (1982), "Intergenerational exchange mobility and economic welfare", *European Economic Review*, 17: 307-324.

Markandya, A. (1984), "The welfare measure of changes in economic mobility", *Econometrica*, 51: 457-471.

Quah, D. (1993), "Empirical cross-section dynamics in economic growth", *European Economic Review*, 37: 426-434.

Quah, D. (1995), "Regional convergence clusters across Europa", *LSE Economics Department*

ment.

Quah, D. (1996), "Empirics for economic growth and convergence", *European Economic Review*, 40: 1353-1375.

Rabadán, I. y Salas, R. (1996), "Convergencia y redistribución interterritorial en España: Efecto de los impuestos directos, cotizaciones sociales y Transferencias".

Rabadán, I. y Salas, R. (1998), "Lifetime and vertical intertemporal inequality, income smoothing and redistribution: a social welfare approach", *Review of Income and Wealth*, 44 (1): 63-79.

Ruiz-Castillo, J. (1995), "Income distribution and social welfare: a review essay", *Investigaciones Económicas* XIX(1): 3-34.

Ruiz-Castillo, J. (2001), "The Measurement of Structural and Exchange Income Mobility", Universidad Carlos III de Madrid. *Mimeo*.

Sala-i-Martin, X. (1994), "La riqueza de las regiones. Evidencia y teorías sobre crecimiento regional y convergencia", *Moneda y Crédito*, 198: 13-81.

Sala-i-Martin, X. (1996), "Regional cohesion: Evidence and Theories of regional growth and convergence", *European Economic Review*, 40:1325-1352.

Shorrocks, A.F. (1976), "Income mobility and the Markov assumption", *The Economic Journal*, 86: 556-578.

Shorrocks, A.F. (1978a), "The measurement of income mobility", *Econometrica*, 46 (5): 1013-1024

Shorrocks, A.F. (1978b), "Income inequality and income mobility", *Journal of Economic Theory*, 19: 376-396.

Shorrocks, A.F. (1993), "On the Hart measure of income mobility" en M. Carson y J. Creedy (ed). *Industrial Concentration and Economic Inequality*, Edward Elgar.

## 8 Apéndice

### 8.1 Tablas

Tabla 1: índice de desigualdad, Theil 1

1980	0.0341
1981	0.0350
1982	0.0344
1983	0.0341
1984	0.0350
1985	0.0357
1986	0.0357
1987	0.0347
1988	0.0341
1989	0.0336
1990	0.0341
1991	0.0338
1992	0.0334
1993	0.0329
1994	0.0333
1995	0.0337

Tabla 2: índice de desigualdad, Theil 1. Media Períodos

1980-87	0.0348
1988-95	0.0336
1980-95	0.0342



Tabla 3: índice de desigualdad, Theil 1. Renta Agregada

1980-95	0.0334
1980-88	0.0345
1988-95	0.0332

Tabla 4: índice de movilidad de CDW

	M	ME	MI
1980	0.00003157	-0.00001794	0.00004950
1981	-0.00001498	-0.00006572	0.00005073
1982	0.00000652	-0.00003566	0.00004217
1983	0.00000569	-0.00002317	0.00002887
1984	-0.00004599	-0.00007792	0.00003193
1985	-0.00009525	-0.00012845	0.00003320
1986	-0.00011187	-0.00013372	0.00002184
1987	-0.00006013	-0.00007413	0.00001400
1988	-0.00000661	-0.00003246	0.00002585
1989	0.00002669	0.00000552	0.00002117
1990	0.00002638	-0.00003258	0.00005896
1991	0.00002422	-0.00001186	0.00003609
1992	0.00006465	0.00002167	0.00004298
1993	0.00009303	0.00005782	0.00003521
1994	0.00006509	0.00002404	0.00004105
1995	0.00004818	-0.00000479	0.00005297

Tabla 5: **índice de movilidad de CDW (Eliminando diferencias de media)**

	M	ME	MI	G
1980	0.00003157	-0.00024317	0.00023619	0.00003855
1981	-0.00001498	-0.00069019	0.00024187	0.00043333
1982	0.00000652	-0.00040074	0.00020060	0.00020666
1983	0.00000569	-0.00026785	0.00013520	0.00013834
1984	-0.00004599	-0.00074793	0.00014624	0.00055570
1985	-0.00009525	-0.00116342	0.00014814	0.00092002
1986	-0.00011187	-0.00115828	0.00009622	0.00095019
1987	-0.00006013	-0.00063564	0.00006066	0.00051485
1988	-0.00000661	-0.00029407	0.00010752	0.00017993
1989	0.00002669	-0.00000680	0.00008592	-0.00005243
1990	0.00002638	-0.00028020	0.00024620	0.00006038
1991	0.00002422	-0.00013188	0.00014342	0.00001268
1992	0.00006465	0.00010873	0.00016963	-0.00021371
1993	0.00009303	0.00038665	0.00014069	-0.00043430
1994	0.00006509	0.00012993	0.00016074	-0.00022558
1995	0.00004818	-0.00008070	0.00020382	-0.00007494

Tabla 6: **índice de movilidad de CDW, 1980-87**

	M	ME	MI
1980	0.00012676	0.00008039	0.00004637
1981	-0.00000323	-0.00003807	0.00003484
1982	0.00005839	0.00003741	0.00002097
1983	0.00007759	0.00006927	0.00000832
1984	-0.00004255	-0.00005903	0.00001648
1985	-0.00014402	-0.00017117	0.00002715
1986	-0.00012399	-0.00015248	0.00002850
1987	0.00010664	0.00002976	0.00007688

Tabla 7: **índice de movilidad de CDW, 1980-87 (Eliminando diferencias de media)**

	M	ME	MI	G
1980	0.00012676	0.00030692	0.00010961	-0.00028977
1981	-0.00000323	-0.00019086	0.00008254	0.00010508
1982	0.00005839	0.00012844	0.00004943	-0.00011949
1983	0.00007759	0.00027127	0.00001938	-0.00021306
1984	-0.00004255	-0.00025011	0.00003768	0.00016988
1985	-0.00014402	-0.00068774	0.00006082	0.00048290
1986	-0.00012399	-0.00061666	0.00006266	0.00043002
1987	0.00010664	0.00004825	0.00016682	-0.00010844

Tabla 8: **índice de movilidad de CDW, 1988-95**

	M	ME	MI
1988	-0.00000743	-0.00008032	0.00007288
1989	0.00003460	-0.00001374	0.00004834
1990	-0.00004966	-0.00010202	0.00005236
1991	-0.00003060	-0.00005801	0.00002742
1992	0.00003667	0.00000365	0.00003302
1993	0.00008509	0.00007030	0.00001479
1994	0.00001795	-0.00000075	0.00001870
1995	-0.00002764	-0.00005848	0.00003084

Tabla 9: índice de movilidad de CDW, 1988-95 (Eliminando diferencias de media)

	M	ME	MI	G
1980	-0.00000743	-0.00037884	0.00017259	0.00019881
1981	0.00003460	-0.00009637	0.00011186	0.00001910
1982	-0.00004966	-0.00042835	0.00012379	0.00025490
1983	-0.00003060	-0.00026105	0.00006235	0.00016811
1984	0.00003667	-0.00001493	0.00007505	-0.00002345
1985	0.00008509	0.00026489	0.00003396	-0.00021376
1986	0.00001795	-0.00001746	0.00004215	-0.00000674
1987	-0.00002764	-0.00024185	0.00006842	0.00014579

## 8.2 Gráficos

Gráfico 1

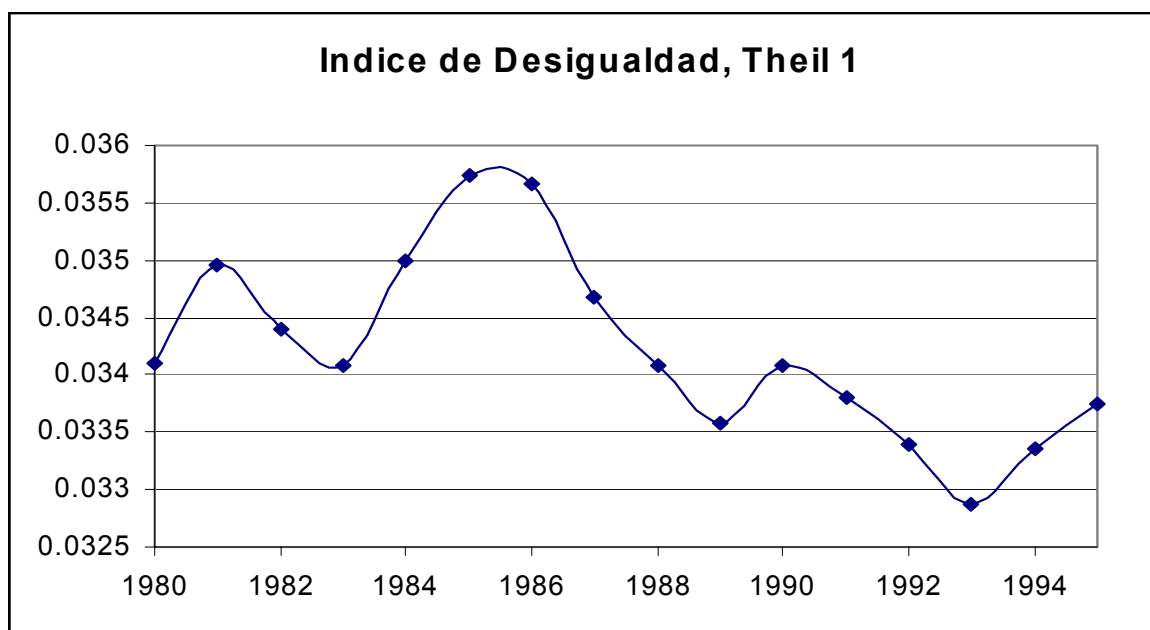


Gráfico 2

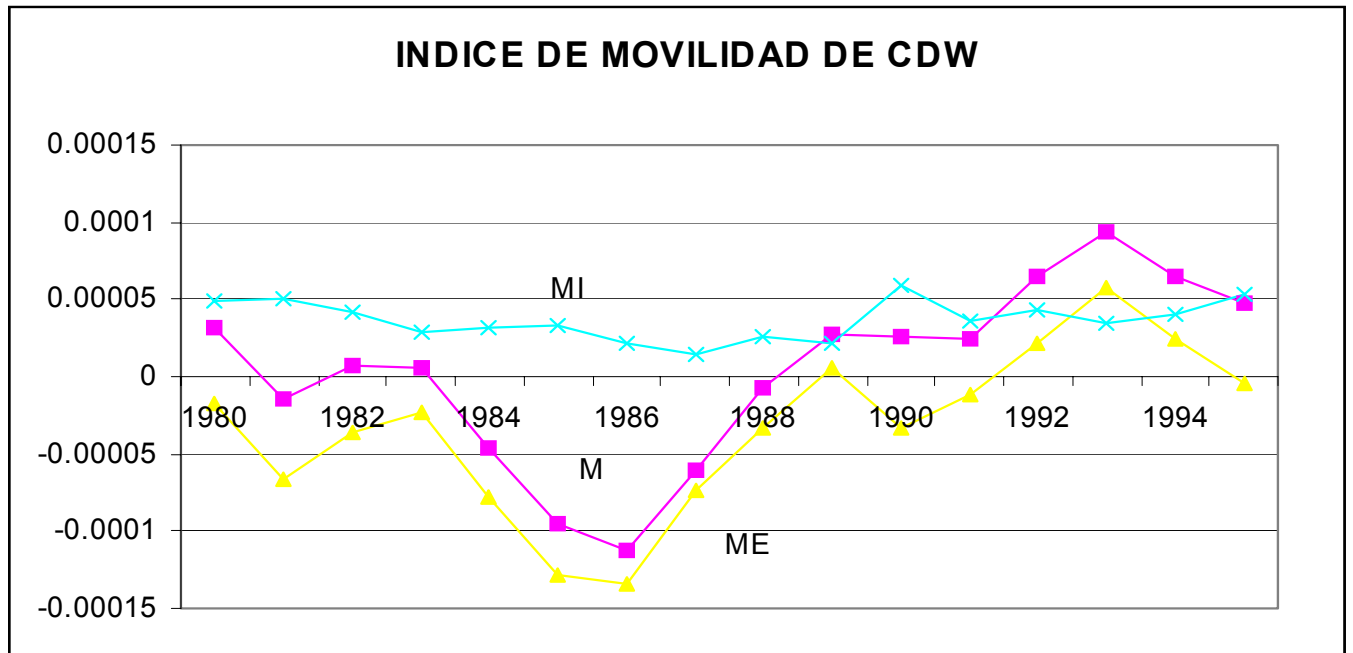
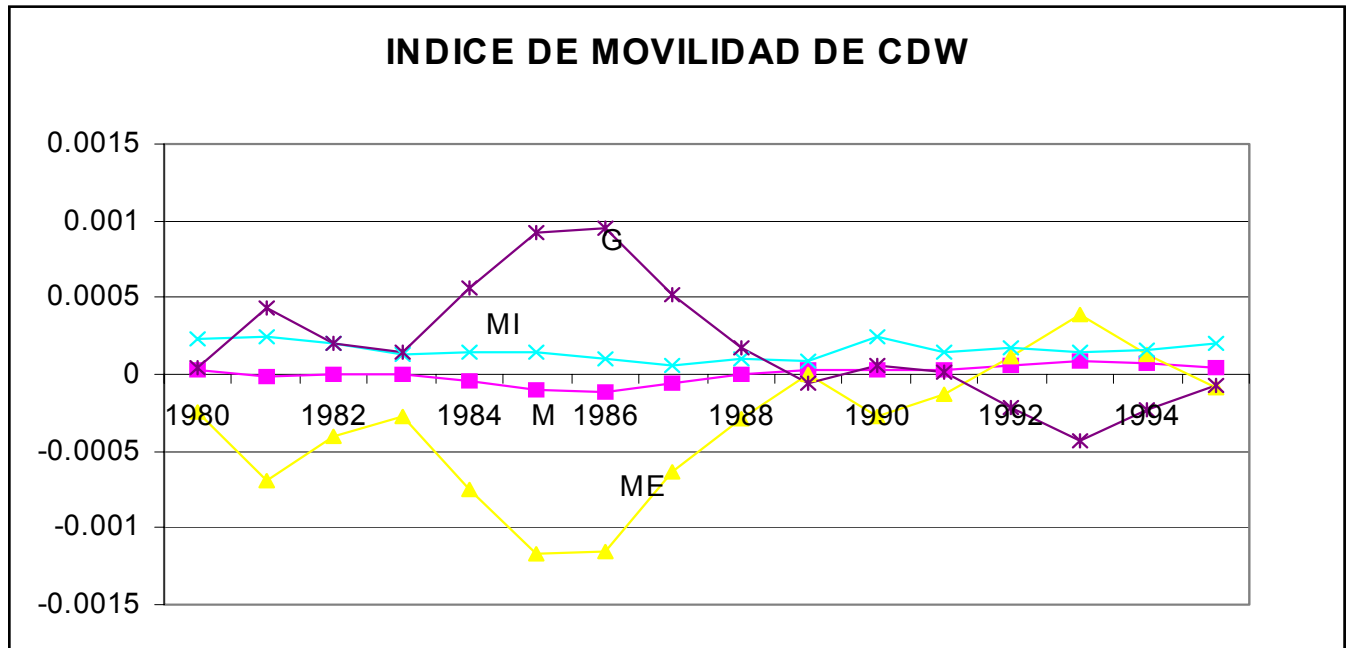


Gráfico 3



## 8.3 Otros índices de movilidad

### 8.3.1 índice de movilidad de King

El índice de movilidad de King es un índice normativo que permite medir la movilidad de una estructura de rentas de dos períodos. Este índice se deriva a partir de una función de bienestar con dos argumentos: la distribución de rentas del segundo período y un vector de estadísticos que miden los cambios de orden entre la primera y la segunda distribución.

Sea la estructura de renta  $(y_1, y_2)$ . Sea  $\tilde{y}_2$  una permutación del vector  $y_2$ , tal que  $\tilde{y}_2$  e  $y_1$  tengan la misma ordenación. King define el siguiente estadístico:

$$s^i = \frac{|\tilde{y}_2^i - y_2^i|}{\mu(y_2)} \quad i = 1, \dots, N. \quad (17)$$

La función de bienestar social de King se define sobre la distribución  $y_2$  y sobre el vector de estadísticos  $s = (s^1, \dots, s^N)$ , esto es,  $W(y_2, s)$ .  $W$  es creciente en  $y_2$ . King asume que en un contexto de crecimiento la derivada de  $W$  con respecto a  $s^i$  es positiva<sup>12</sup>. Con este supuesto introduce un juicio de valor adicional a los tradicionales en la economía del bienestar. A partir de aquí determina "la proporción de renta equivalente a una movilidad nula,  $\alpha$ " :

$$W(\alpha y_2, 0) = W(y_2, s). \quad (18)$$

Por ser  $W$  creciente se tiene que  $\alpha \geq 1$ . King define su índice de movilidad como:

$$M_K(y_1, y_2) = 1 - \frac{1}{\alpha}. \quad (19)$$

Se puede interpretar como la proporción total de renta que, desde una posición de inmovilidad, estaría dispuesta a sacrificar la sociedad para alcanzar el grado de movilidad observada. Obsérvese que si no hay *1/2-reordenaciones* entre  $y_1$  e  $y_2$  la movilidad de King es igual a cero.

---

<sup>12</sup>En un contexto fiscal, cuando el índice mide el grado en que se ha producido una reordenación entre la rentas antes y después de impuestos de los individuos, la derivada de  $W$  con respecto a  $s^i$  es negativa.

### 8.3.2 índice de movilidad de Shorrocks

El índice de movilidad de Shorrocks es un índice descriptivo que permite medir la movilidad implícita en una estructura de rentas con  $T$  períodos, pero sin extraer conclusiones sobre su deseabilidad. La medida de movilidad se deriva a partir de la comparación de la desigualdad del vector de rentas agregado con una combinación lineal de las desigualdades de cada período.

Sea la estructura de renta  $(y_1, \dots, y_T)$ . El índice de movilidad de Shorrocks (1978a) se define como:

$$M_S(y_1, \dots, y_T) = 1 - \frac{I(Y)}{\sum_{t=1}^T \frac{\mu(y_t)}{\mu(Y)} I(y_t)}, \quad (20)$$

donde  $I(\cdot)$  es un índice de desigualdad relativo que toma valores en el intervalo  $[0, 1]$ .

$M_S(Y) \in [0, 1]$ , alcanzando su valor mínimo cuando las rentas relativas permanecen constantes a lo largo del tiempo y el valor máximo cuando las rentas agregadas se igualan por completo. Por tanto, este índice sólo toma valores positivos. Es sensible tanto a los cambios en las posiciones relativas de los individuos como al acercamiento de sus rentas.

## 8.4 Descomponibilidad del índice de Shorrocks

A continuación descomponemos el índice de movilidad de Shorrocks en movilidad estructural y movilidad de intercambio. Una posibilidad es considerar una estructura hipotética con la misma distribución de rentas de cada período que la estructura de rentas original, pero en la que no existan *1/2-reordenaciones* entre el vector de rentas del período 1 y el resto de los vectores de rentas. Sea  $Y_c$  a la renta agregada resultante de sumar estos vectores de renta en los que se han eliminado las *1/2-reordenaciones* respecto a la distribución de rentas inicial, tenemos:

$$\begin{aligned} M_S &= \frac{\sum_t \frac{\mu(y_t)}{\mu(Y)} I(y_t) - I(Y)}{\sum_t \frac{\mu(y_t)}{\mu(Y)} I(y_t)} = \frac{\sum_t \frac{\mu(y_t)}{\mu(Y)} I(y_t) - I(Y_c)}{\sum_t \frac{\mu(y_t)}{\mu(Y)} I(y_t)} + \frac{I(Y_c) - I(Y)}{\sum_t \frac{\mu(y_t)}{\mu(Y)} I(y_t)} = \\ &= ME_S + MI_S. \end{aligned} \quad (21)$$

Otra posibilidad en un contexto de  $T > 2$  períodos es utilizar este índice para medir la movilidad de cada período de la forma en que hemos planteado en este trabajo. Sea:

$$s_t = \frac{\mu(Y_{-t})}{\mu(Y)} I(Y_{-t}) + \frac{\mu(y_t)}{\mu(Y)} I(y_t), \quad (22)$$

tenemos que:

$$\begin{aligned} M_S^t &= \frac{s_t - I(Y)}{s_t} = \frac{s_t - I(Y_{ct})}{s_t} + \frac{I(Y_{ct}) - I(Y)}{s_t} = \\ &= ME_S^t + MI_S^t, \end{aligned} \quad (23)$$

donde  $Y_{ct} = Y_{-t} + y_t^c$ .

## 8.5 Propiedades deseables de los índices de movilidad según Shorrocks

Shorrocks (1993) identifica una serie de propiedades generales que serían deseables en una medida de movilidad, vease la Tabla 1. Revisaremos estas propiedades indicando cuáles de ellas son satisfechas por el índice propuesto.

En primer lugar, el índice es de dominio universal, esto es, está bien definido para cualquier estructura de rentas  $\Omega = (y_1, \dots, y_T)$  con  $y_t \in R^N$ . En segundo lugar, el índice de movilidad es continuo en  $\Omega$  puesto que  $W(\cdot)$  es continua en  $Y$  e  $Y_{-t}$  y ambas varían de forma continua con  $\Omega$ . En tercer lugar, el índice satisface la propiedad de anonimato, esto es, el índice es simétrico en los perfiles de renta  $(y^1, \dots, y^N)$ . Shorrocks se refiere a simetría en la población pues en el análisis de movilidad, se puede hablar también de simetría en el tiempo. No está claro que la simetría en el tiempo sea deseable, pues dadas dos estructuras de renta con simetría temporal conviene distinguir aquella en la que originalmente existe disparidad de rentas que se va disipando respecto de aquella en la que existe igualdad inicial que va desapareciendo. En cuarto lugar el índice es invariante ante replicas de la población. En quinto lugar el índice satisface la propiedad de normalización fuerte. La movilidad en un período es nula si y solo si la desigualdad de  $y_t$  es igual que la de  $Y_{-t}$  y si además no hay  $1/2$ -reordenaciones entre  $y_t$  e  $Y_{-t}$ . En sexto lugar,



Tabla 10: **Propiedades de las medidas de movilidad (Shorrocks, 1993)**

- 
- 
1. Dominio Universal.
  2. Continuidad.
  3. Anonimato.
  4. Invarianza ante Replicas de la Población.
  5. Normalización.
  6. Normalización Fuerte.
  7. Movilidad Perfecta.
  8. Movilidad Perfecta Fuerte.
  9. Rango  $[0, 1]$ .
  10. Invarianza ante Cambios de Escala.
  11. Invarianza Intertemporal.
- 
- 

Shorrocks se refiere a la propiedad de movilidad perfecta fuerte. La movilidad de un período es máxima si y solo si el vector de rentas de ese año  $t$  elimina por completo la disparidad de rentas en  $Y_{-t}$ . En séptimo lugar, el índice no satisface la propiedad de encontrarse en el intervalo  $[0,1]$  puesto que en situaciones de mucha desigualdad en índice de Theil 1 puede tomar valores mayores que uno. En octavo lugar, el índice es invariante con la escala. Sin embargo, el índice no satisface la propiedad de invarianza de escala intertemporal. Esto hace que sea necesario ajustar las rentas en cada  $t$  por la inflación. Por último, Shorrocks se refiere a una propiedad relacionada con las circunstancias bajo las cuáles una estructura de rentas es más móvil que otra. Como ya se ha señalado, el análisis que se lleva a cabo en este trabajo no tiene por objeto responder a esta pregunta, sino determinar, para una estructura de renta determinada, como contribuye cada período a la desigualdad que se observa en el agregado.